
目 录

第一章 光弹仪.....	2
1.1 光弹仪.....	2
1.1.1 激光光源光弹仪.....	2
1.1.2 LED 数码光弹仪.....	3
1.2 光弹性法原理.....	4
1.2.1 理论基础.....	4
1.3 案例.....	8
案例 I: 对径受压圆盘实验.....	8
案例 II: 力链分析实验.....	9
案例 III: 动态光弹应力波测量.....	14
第二章 栅线投影仪.....	16
2.1 相移栅线投影仪.....	16
2.1.1 系统组成.....	16
2.1.2 技术指标.....	17
2.2 投影栅相位法原理.....	17
2.2.1 相位测量法的数学模型.....	17
2.2.2 相位测量法的原理.....	17
2.3 案例.....	20
案例 I: 人脸模型形貌测量.....	20
第三章 多尺度测量系统.....	23
3.1 多尺度二维数字散斑相关测量系统.....	23
3.1.1 系统组成.....	23
3.1.2 技术指标.....	24
3.2 多尺度二维数字散斑相关测量系统原理.....	25
3.2.1 数字图像相关测量面内变形.....	25
3.2.2 多尺度二维数字图像相关测量装置.....	26
3.2.3 系统标定.....	26
3.2.4 自动追踪.....	27
3.3 案例.....	27
案例 I: 测量四点弯曲梁标准试件的位移场和应变场.....	27

第一章 光弹仪

1.1 光弹仪

光测弹性学方法 (photoelasticity), 简称光弹性法, 是一种将光学与力学相结合的应力分析实验技术, 它基于透明材料的暂时双折射特性和相似理论, 根据相似性关系, 利用具有暂时双折射性能的透明材料制作实际工程结构、部件或零件的比例缩放模型, 并在模型上施加与实际结构相似的载荷, 实验测取模型应力, 然后按照相似关系换算称实物的应力, 其测量精度能满足工程设计要求。

光弹性法分为静态光弹性法和动态光弹性法, 静态光弹性法通常应用于观察处于静载下的透明材料的应力分布, 而动态光弹性法是在静态光弹性法的基础上, 改为对透明材料施加瞬态应力, 在高精度同步控制采集系统的配合下, 通过高速相机采集瞬时信息, 从而实现透明材料的动态观测。

光弹性法可以用于测量几何形状和载荷条件复杂的构建应力分布, 特别是可以测量其他方法难以解决的复杂结构的应力集中及内部应力分布问题, 从而可以用于结构优化设计。目前, 光弹性法广泛应用于土木工程、航空航天工程、船舶工程等领域的科学研究分析中, 尤其是在颗粒物质力学的研究中, 只有光弹性法可以做到直接观差和测量力链的形成机理, 对土力学的研究意义重大。

光弹法可以实现:

- (1) 即时识别关键区域, 突出压力过大和不足的区域;
- (2) 准确测量峰值应力并确定孔、切口、圆角和其他潜在失效位置周围的应力集中;
- (3) 优化零件和结构的应力分布, 达到最小的重量和最大的可靠性;
- (4) 测量结构任意一点的主应力和方向;
- (5) 模拟并观测力链的形成及分布。

1.1.1 激光光源光弹仪

由于激光具有亮度高、相干性强、稳定性好等特点, 所以使用激光作为光源的光弹仪, 可以得到更清晰的条纹图, 同等载荷下, 可辨析的条纹级数更多。

图例

主要技术指标



TST-300 型激光光源光弹仪

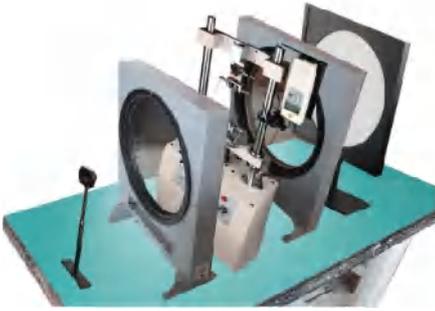
1. 通光孔径: 300 mm
2. 载荷: 0~300 kg
3. 光源: 波长 532 nm 激光
4. 偏振镜及 1/4 波片刻度盘:
0~360°, 最小刻度 1°
5. 图像采集: 彩色相机

1.1.2 LED 数码光弹仪

LED 数码光弹仪所用光源为 LED 散射光源，具有发光效率高、耗电量少、使用寿命长、安全可靠性强、环保等优点，并且可以调整 LED 光源得到不同颜色的散射光源，包括红光、绿光、黄光、蓝光和白光等。

图例

主要技术指标



TST-500 型数码光弹仪

1. 通光孔径：500 mm
2. 载荷：0~500 kg
3. 光源：LED 光源
4. 偏振镜及 1/4 波片刻度盘：
0~360°，最小刻度 1°
5. 图像采集：彩色相机
6. 力学传感器及数显表



TST-300 型数码光弹仪

1. 通光孔径：300 mm
2. 载荷：0~300 kg
3. 光源：LED 光源
4. 偏振镜及 1/4 波片刻度盘：
0~360°，最小刻度 1°
5. 图像采集：彩色相机
6. 力学传感器及数显表



TST-200 型数码光弹仪

1. 通光孔径：200 mm
2. 载荷：0~200 kg
3. 光源：LED 光源
4. 偏振镜及 1/4 波片刻度盘：
0~360°，最小刻度 1°
5. 图像采集：彩色相机
6. 力学传感器及数显表



TST-150 型数码光弹仪

1. 通光孔径：150 mm
2. 载荷：0~150 kg
3. 光源：LED 光源
4. 偏振镜及 1/4 波片刻度盘：
0~360°，最小刻度 1°
5. 图像采集：彩色相机
6. 力学传感器及数显表



TST-100III 型数码光弹仪

1. 通光孔径: 100 mm
2. 载荷: 0~50 kg
3. 光源: LED 光源
4. 偏振镜及 1/4 波片刻度盘:
0~360°, 最小刻度 1°
5. 图像采集: 彩色相机
6. 力学传感器及数显表
7. 简易加载架设计 (拥有国内专利), 仪器尺寸小, 可自由转动以观察等差线和等倾线。

1.2 光弹性法原理

1.2.1 理论基础

光具有波动性, 振动方向和传播方向垂直, 光源所发射的光包含一系列向各个方向振动的波。如图 1.1 所示, 通过引入偏振器 P , 只有和偏振器偏振轴平行的振动分量能通过, 该通过的光波被称为平面偏振光。如果光路中有另一个偏振器 A , 当两偏振器的偏振轴相互垂直时, 光束将会被完全阻隔。

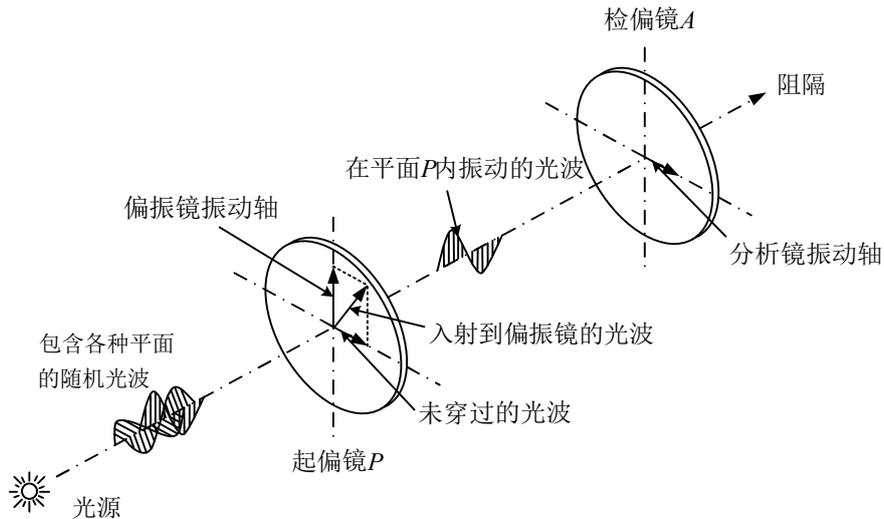


图 1.1 光的偏振

光在真空中或者空气中的传播速度为 $c = 3 \times 10^8$ m/s, 在其他介质中, 光的传播速度为较低的 v , 比值 $n = c/v$ 被称为折射率。不考虑传播方向和平面振动的情况下, 均匀介质的折射率为常数, 然而在晶体中, 折射率取决于振动方向下相对于折射率主轴的方向。在各向异性晶体中一点的光学性质在几何上也可以用折射率椭球表示为

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1 \quad (1.1)$$

而在三向应力状态下, 一点的应力可以用椭球应力方程表示为

$$\frac{x^2}{\sigma_1^2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2} + \frac{z^2}{\sigma_3^2} = 1 \quad (1.2)$$

其中，椭球的三个主轴即为该点的应力主轴。

比较式(1.1)和(1.2)可以看出，应力椭球和折射率椭球的应力主轴和折射率主轴重合。各向同性的透明固体材料在应力作用下能表现出和晶体一样的双折射效应，而点的应力状态于光学性质又存在着上述对应关系，这是建立光弹性应力分析的基础。一些材料（尤其是塑料）在无应力状态下表现为各向同性，而在应力状态下则表现为各向异性。

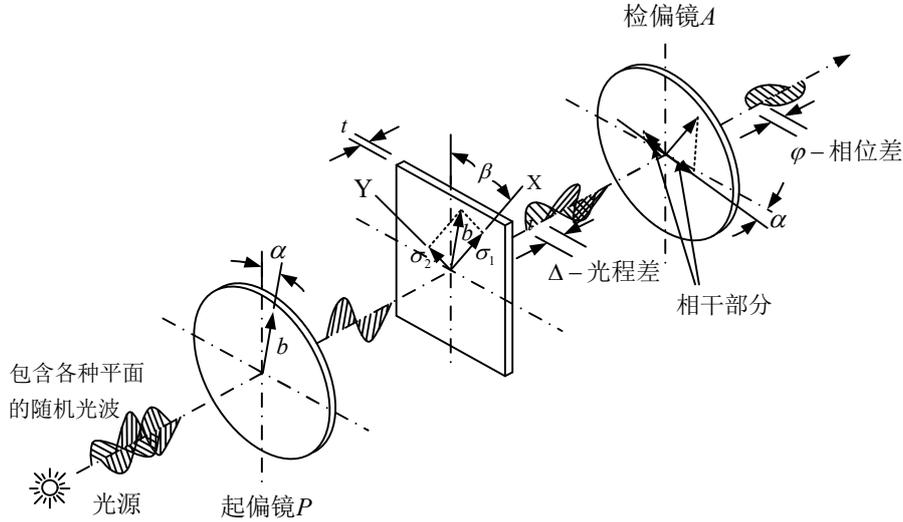


图 1.2 平面偏振系统

当偏振光通过厚 t 的塑料板的一点时，该点的主应力方向分别为 X 和 Y ，光矢量被分为两束偏振光并沿着平面 X 和 Y 传播，如图 1.2 所示。如果沿 X 和 Y 方向的应力大小分别为 σ_1 和 σ_2 ，沿该方向振动的光波光速分别为 v_1 和 v_2 ，每束光通过平板的传播时间为 t/v_1 和 t/v_2 ，那么两束光间的光程差为

$$\Delta = c \left(\frac{t}{v_1} - \frac{t}{v_2} \right) = t(n_1 - n_2) \quad (1.3)$$

应力光学定律表示为

$$n_1 - n_2 = K(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1.4)$$

式中， K 为称为“应力光性系数”，用于描述材料的物理性质，它通常是通过校正得到的非尺寸常数，和应变计的“灵敏度”相似。结合等式(1.3)和(1.4)可以得到

$$\Delta = tK(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1.5)$$

最终得到光弹法的基本测量关系式

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\Delta}{tK} \quad (1.6)$$

两束偏振光间存在相对滞后，两束光由该塑料射出时不再同相位。检偏镜 A 仅使这些光中的偏振方向与偏振轴平行的分量通过，如图 1.2 所示，这些偏振光将相互干涉，光强是光程差 Δ 、分析镜与主应力方向的夹角 $(\beta - \alpha)$ 的函数。

在平面偏振系统中，出射光的光强为

$$I = b^2 \sin^2 2(\beta - \alpha) \sin^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda} \quad (1.7)$$

式中， λ 为入射光波长。当 $\beta - \alpha = 0$ 或者相交的偏振镜和分析镜平行于主应力方向时，光强为零，所以平面偏振系统用于测量主应力方向。

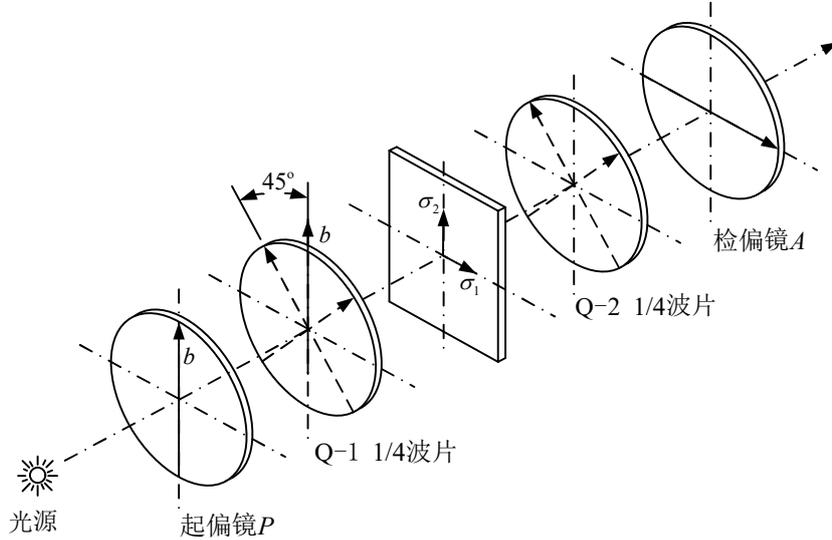


图 1.3 圆偏振系统

如图 1.3 所示，在光路中加入四分之一波片后，将得到圆偏振光，由此得到的图像不再受主应力方向的影响，而此时的光强为

$$I = b^2 \sin^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda} \quad (1.8)$$

在圆偏振系统中，在 $\Delta = N\lambda$ ， $N = 1, 2, 3, \dots$ 时，光强为零。正整数 N 也是条纹级数，由此，光程差就可以用 N 来表示，已知 $\Delta = N\lambda$ 就能得到主应力差

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\Delta}{tK} = N \frac{\lambda}{tK} = N \frac{f_\sigma}{t} \quad (1.9)$$

式中， $f_\sigma = \lambda / K$ 为材料条纹值，与材料所使用的光源有关，单位 N/mm ，表示单位厚度的模型产生一级条纹所需主应力差值。

光强为零的点形成的轨迹的特点是主应力差相等，因此称为等差线。只要知道了模型材料的厚度 t 、材料的条纹值 f_σ 和条纹级数 N ，就可以得到该点的主应力差值。

1.2.2 光弹性模型

在光弹性实验中，材料条纹值 f_σ 是一个关键参数，也是唯一的一个联系力学量和光学量的常数，需要得到小数点后 2 到 3 位的精度。特别地，对于对径压缩圆盘中心点上的条纹级数与载荷的关系有

$$f_\sigma = \frac{8P}{\pi D N_c} \quad (1.10)$$

式中， N_c 为圆盘中心点上的条纹级数， D 为圆盘直径。

使用尽可能多的数据来计算材料的应力条纹值，假设与残余双折射相关的条纹级数是位置坐标 (x, y) 的线性函数，即

$$N_r(x, y) = Ax + By + C \quad (1.11)$$

式中， A, B, C 为常数。任一点的条纹级数等于理论值和残余条纹级数之和，由应力-光学定律，有

$$N(x, y) = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)t}{f_\sigma} + N_r(x, y) \quad (1.12)$$

为了计算机实现，另 $S(x, y) = (\sigma_1 - \sigma_2)t$ ，并根据对径压缩圆盘理论得到

$$S(x, y) = \frac{4PR}{\pi} \frac{R^2 - (x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2 + R^2)^2 - 4y^2R^2} \quad (1.13)$$

式中， R 为圆盘半径。则对于任一点有条纹级数为

$$N(x, y) = \frac{S(x, y)}{F_\sigma} + Ax + By + C \quad (1.14)$$

这样从实验得到的一系列光弹性数据 (x, y, N) ，可使用最小二乘标准来确定未知数 f_σ 。

以直径 30 mm、厚 4.8 mm 的聚碳酸酯圆板为例，如图 1.4 所示为一次实验结果图，图像放大率 $30/476 = 0.06302521$ mm/pixel，迭代得到的材料条纹值为 7.80 N/mm，如图 1.5 所示为不同载荷下人工得到的材料条纹值条形图，其平均值为 7.875 N/mm。由于具有一定宽度的等色线条纹难以凭视觉准确判断是否通过圆盘中心，而且圆盘中心位置也难以人工准确确定，因此人工测试结果存在不可避免的人为误差，要通过多次测量平均来尽可能消除。

综上所述，该聚碳酸酯模型所具有的材料条纹值为 $f_\sigma = 7.80$ N/mm。

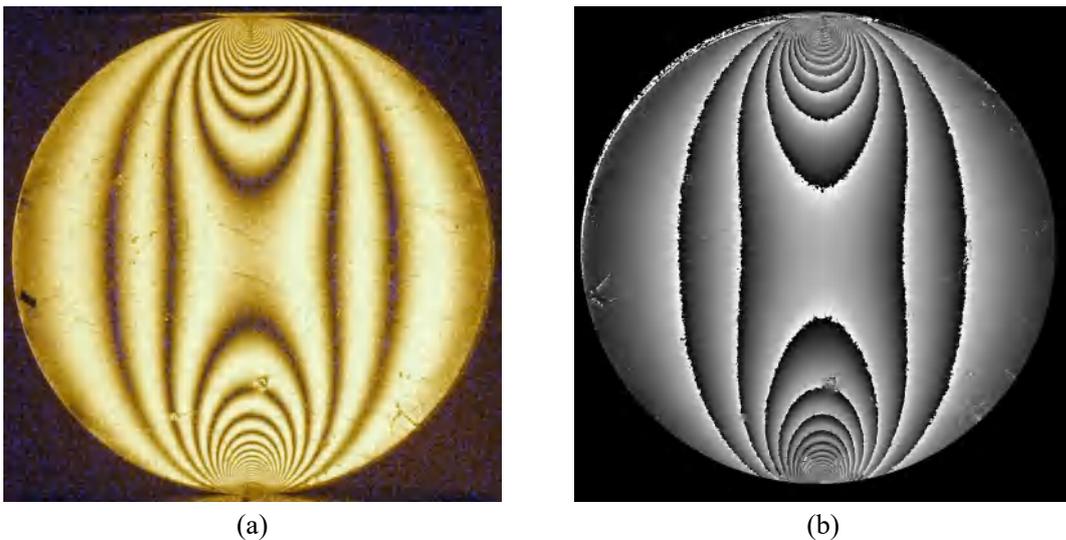
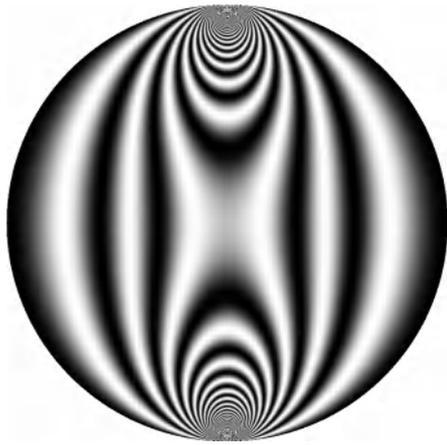
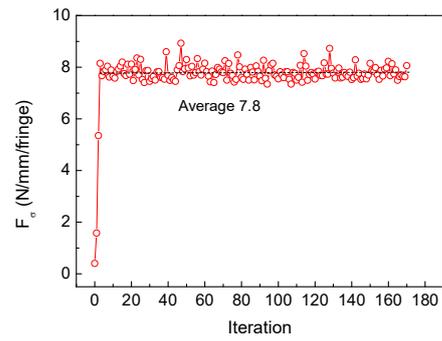


图 1.4 (a) 正交圆偏振场下对径压缩圆盘等色线图案(聚碳酸酯圆盘直径 30mm, 厚度 4.8mm)
(b) 数字光弹性确定的等色线包裹相图



(c)



(d)

图 1.4 (c) 重建的等色线图案 (d) 迭代得到的材料条纹值为 7.80 N/mm

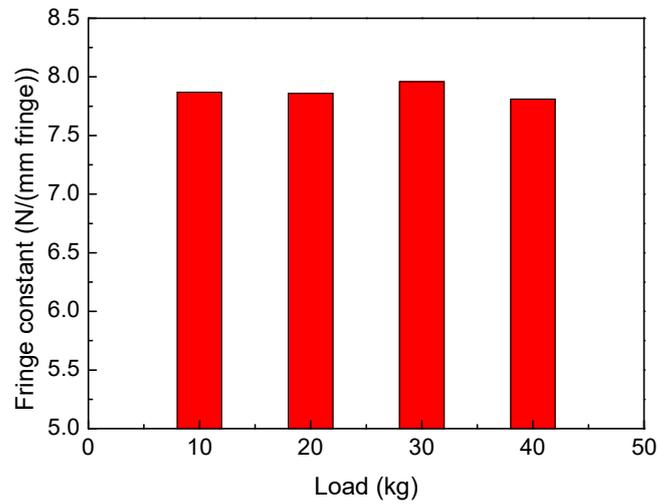


图 1.5 不同载荷下人工得到的材料条纹值，平均值为 7.875 N/mm

1.3 案例

案例 I: 对径受压圆盘实验

使用 TST-300 型激光光源光弹仪进行对径受压圆盘实验，所用光源为波长 532 nm 的绿色激光光源，载荷为 160 kg 时，所得到的条纹图如图 1.6 所示，图 1.6(a)为圆偏振光明场条纹图，而图 1.6(b)为圆偏振光暗场条纹图。

从图 1.6 可以得到的 31 级有效条纹，条纹纹理清晰，充分体现了以激光作为光源的优越性。因此，以激光作为光源的光弹仪可以用于应力分布复杂、细节分析要求高等结构的内力分析。

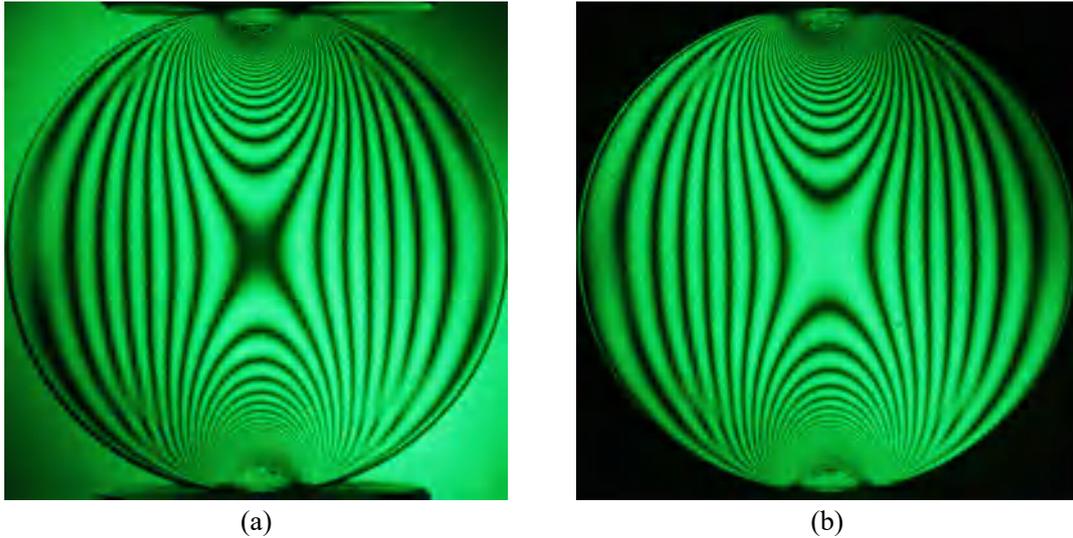


图 1.6 对径受压圆盘在圆偏振光场中的条纹图：(a) 明场 (b) 暗场

案例 II：力链分析实验

1. 实验背景及理论

在密集排布的颗粒物质中，颗粒自由活动空间小，重力或外载荷使得颗粒间相互挤压变形。一些颗粒变形较大且连接成准直线，传递较大份额的重力或外载荷，形成强力链；其他颗粒间接触变形微弱，传递的外力较小，形成弱力链。它们相互交接形成网络，非均匀地贯穿于颗粒物质内，其中强力链数目较少，却支撑了颗粒体系的大部分重量及外载荷，该力链上颗粒的轻微差异都会造成“千里之堤，溃于蚁穴”的惊人效果，比如自然界中很小的震动就可能引发塌方或者雪崩；弱力链数目巨大，几乎均匀分布在颗粒体系内，与强力链衔接，起到稳定强力链的辅助作用，并且参与强力链断裂后的重构。

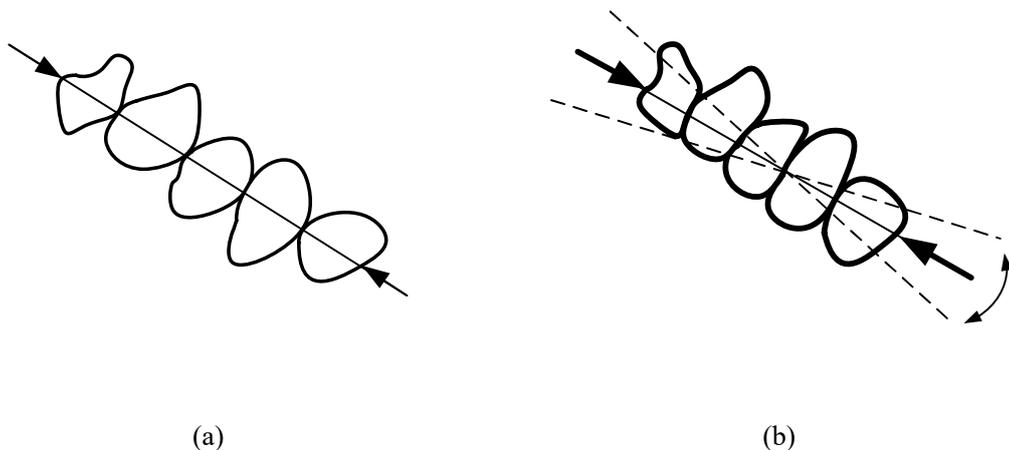


图 1.7 单条力链中的颗粒挤压：(a) 弱力链 (b) 强力链

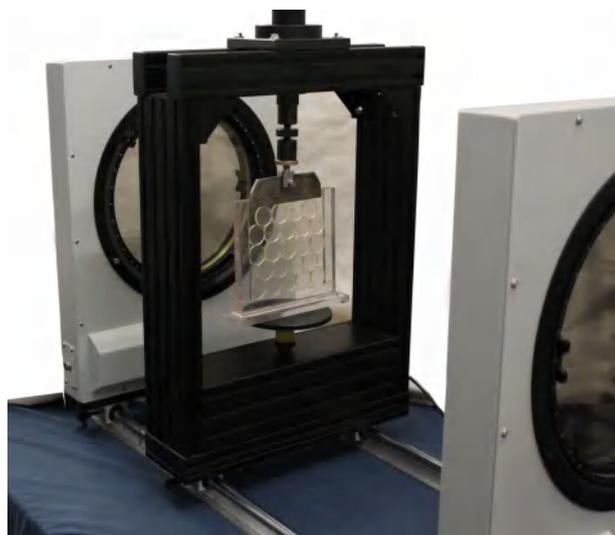
在同一力链中的接触力大小基本相等。力链的方向基本于外载荷方向平行，只能承受很

小的切向力。在弱力链中，颗粒轻微接触，变形极小，微量切向力就可以打破弱力链，如图 1.1(a)所示；强力链上的颗粒承受的外力较大，颗粒间接触变形也大，当颗粒受到接触力的作用线处于摩擦角范围内（图 1.1(b)中虚线所示），则力链中的颗粒处于自锁状态，因此强力链可以承受一定大小的切向力。

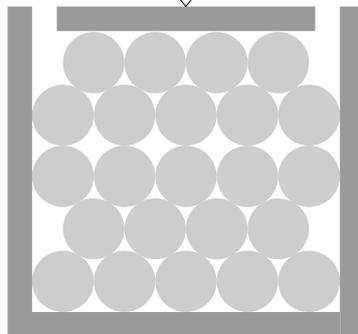
在颗粒接触应力检测时，常用的制作颗粒材料是聚碳酸酯，其光学灵敏度和透明度都较高，还具有时间-边缘效应小，室温下蠕变小等优势。在光弹检测接触力实验中，颗粒接触处越亮，表明接触应力就越大，从而可以清晰的显示颗粒瞬间接触力大小及其应力分布

2. 实验结果

本实验所用光弹仪为 TST-500 型数码光弹仪，具有有效孔径大的典型特征，用于大视场测量。实验所用材料为聚碳酸酯圆形板，直径 30 mm，厚 4.8 mm，其条纹值为 $f_{\sigma} = 7.80 \text{ N/mm}$ 。加载方法如图 1.8 所示，载荷为 10 kg 时，其等色线图如图 1.9 所示，而等倾线图如图 1.10 所示。



(a)



(b)

图 1.8 加载方案图：(a) 加载系统与实验模型实物图 (b) 示意图

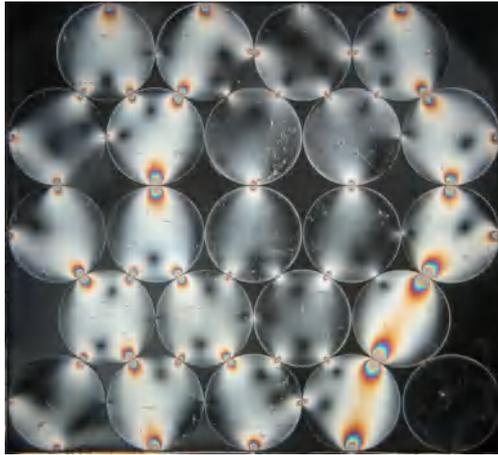
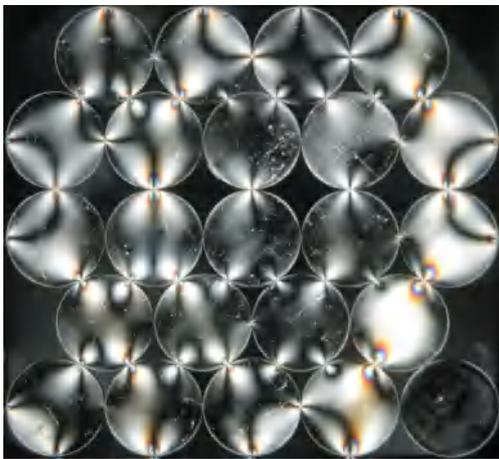
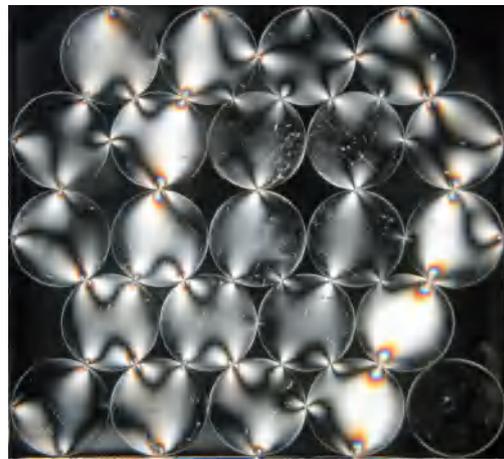


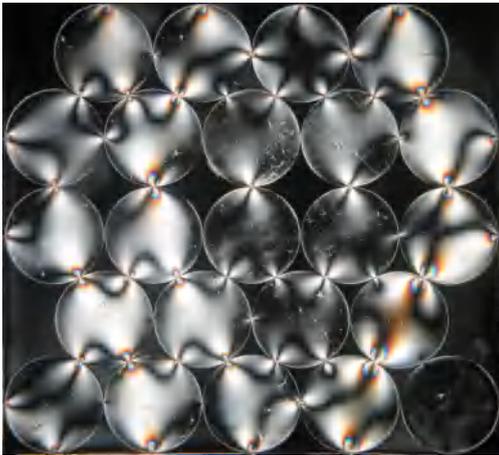
图 1.9 不同载荷下的等色线图(10 kg)



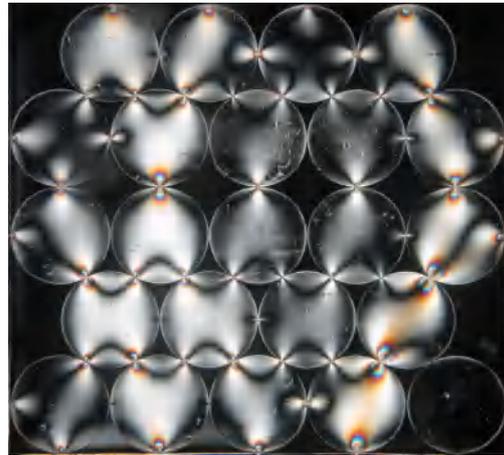
0 度



22.5 度



45 度



67.5 度

图 1.10 载荷 10 kg 下的等倾线图

采用彩色四步相移法并转换为第一主应力方向角，得到全场的的第一主应力方向角（等倾线）分布。这里第一主应力方向角定义为第一主应力 σ_1 与水平参考轴 x 夹角，其分布范围为 $(-\pi/2, \pi/2]$ 。由此得到的等色线级数包裹相位图如图 1.12 所示，解包裹得到等色线级数连续相位分布图如图 1.13(a)所示，从而得到剪应力分布如图 1.13(b)所示。

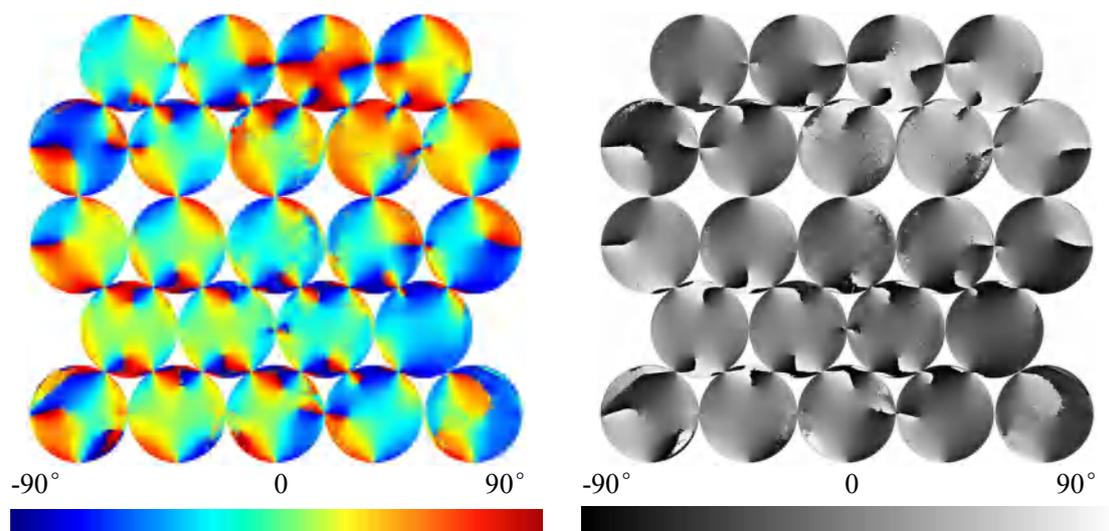


图 1.11 第一主应力方向角 $(-\pi/2,\pi/2]$ (10 kg)

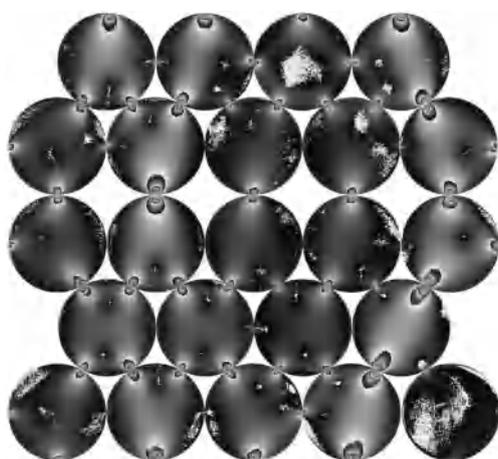


图 1.12 等色线级数包裹相位图(10 kg)

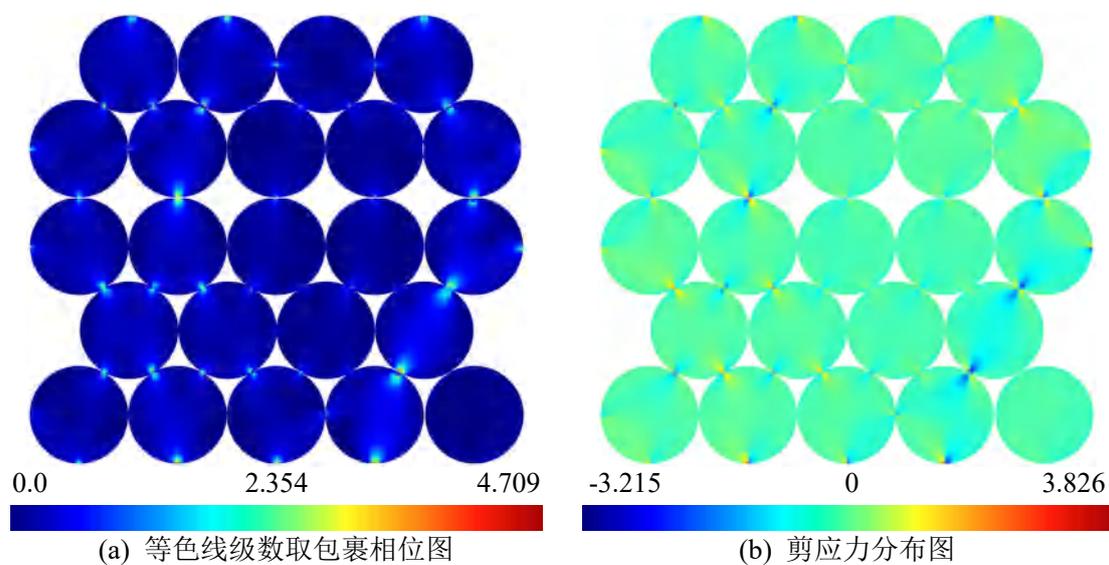


图 1.13 载荷 10 kg 下条纹处理结果图

在平面应力状态下，Tresca 应力即为两主应力之差，可将全场等色线级数 $nf/(2\pi t)$ 转化为 Tresca 应力。所以，Tresca 应力分布与全场等色线级数分布一致，尺度要乘以系数 $7.8/4.8/2\pi=0.2586$ 即可。以载荷为 60 kg 的等色线分布图为例，将图中 a-a'、b-b'、c-c'、A-A'、B-B'、C-C'、1-1'、2-2' 条直线上的等色线级数提取出来，再乘以上述系数，即为接触界面附近的 Tresca 应力分布，各个路径的 Tresca 应力分布如图 1.15 所示。

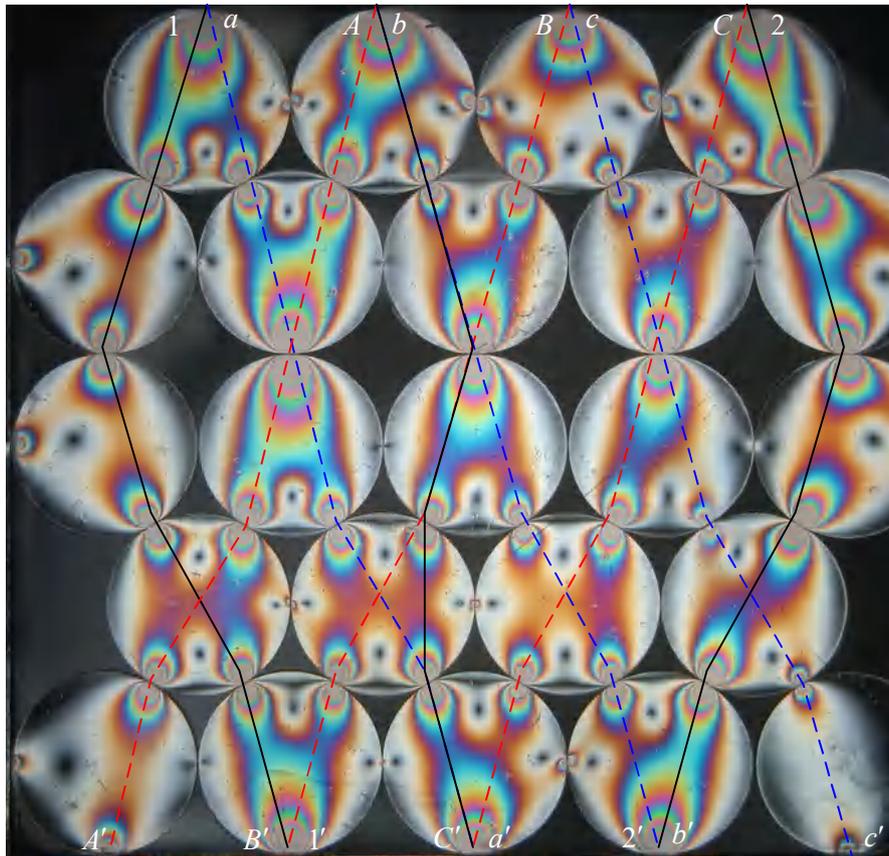
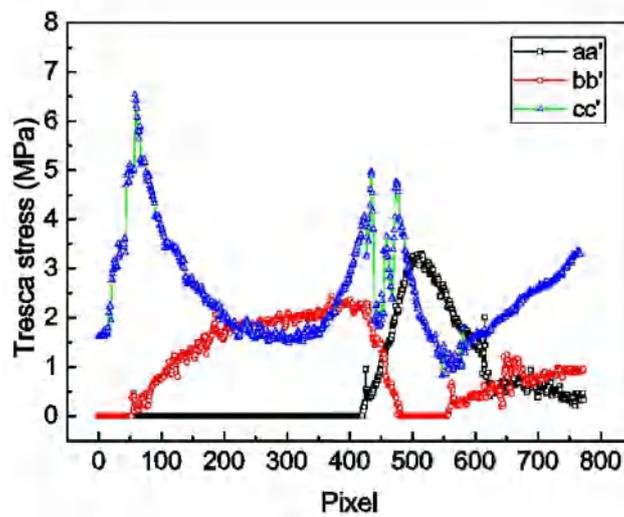
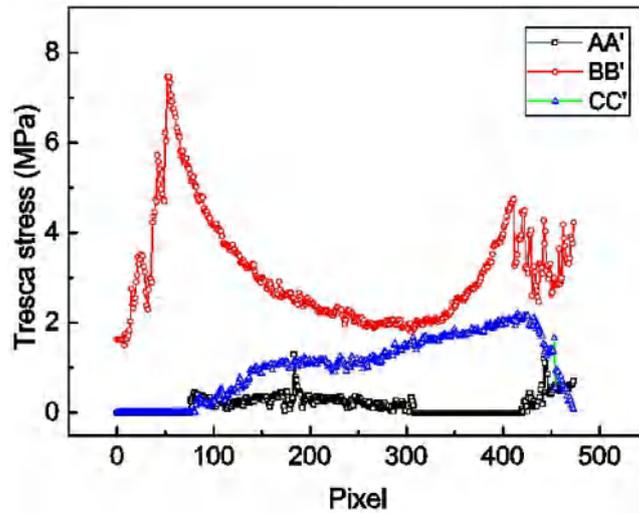


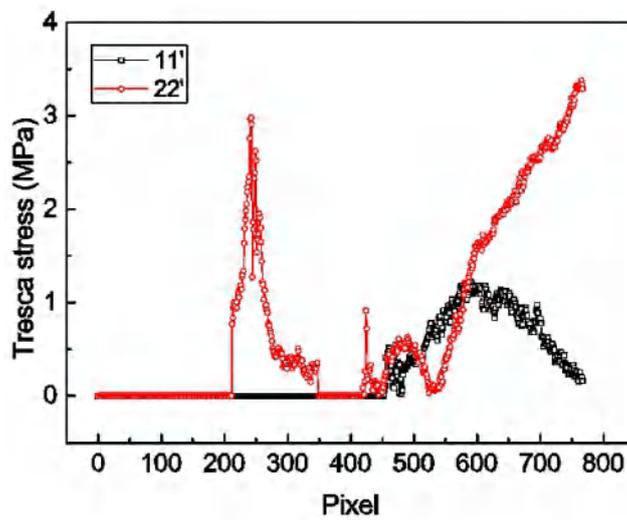
图 1.14 正交圆偏振场的等色线条纹图(60 kg)



(a)



(b)



(c)

图 1.15 各个路径的 Tresca 应力分布曲线

Tresca 应力分布曲线反应的是最大剪应力在所选路径中的分布情况，从中可以判断路径中危险接触面的位置，从而可以预测可能发生力链破坏的位置。同时，由于在同一力链中的各个接触力大小基本相等，通过观察所选路径中的应力分布情况，可以从理论上确定力链的组成路径。

案例 III：动态光弹应力波测量

以高速相机取代传统相机来实现动态光弹性测量，结合 TST-300 型激光光源光弹仪和高速相机的光弹仪，具有拍摄时间长、环境要求低、条纹清晰等优点，提高了实验效率和准确性。

实验所用模板为矩形环氧树脂板，尺寸为109.5 mm×20 mm×5 mm，冲击载荷来自落锤自由落体，落锤质量为 851 g，落锤高度为 230.1 mm，通过专用软件，在加载时自动控制相机采集图像，所得动态光弹应力波等差线条纹图如图 1.16 所示。



图 1.16 动态光弹应力波等差线条纹图

应用数字相关方法，通过相关搜索第一级应力波条纹移动的像素数，并根据时间实际长度与其像素之间的换算关系，将一定时间内第一级应力波条纹移动的距离转化为实际长度的单位。两幅图片的拍摄时间差 Δt ，从而计算出应力波的传播速度。具体计算式为

$$\frac{L}{x} = \frac{l}{h} \quad (1.15)$$

式中， L 为试件实际长度； l 为试件长度像素数； x 为条纹移动实际距离； h 为条纹移动像素数。从 $20 \mu\text{s}$ 和 $20 \mu\text{s}$ 的两幅应力波条纹图中测得像素尺寸，从而得到条纹实际移动距离为 34.3 mm，所以应力波波速为 1715.3 m/s。

第二章 栅线投影仪

2.1 相移栅线投影仪

相移栅线投影仪是基于投影栅相位法的形貌测量仪器，投影栅相位法形貌测量中的结构光测量法。投影栅相位法不需要光学干涉，直接利用被调制栅线的相位畸变信息得到物体的三维信息，再采用数字方法解调相位，所以易于实现自动化、测量精度高，并且检测系统简洁便携。同时，投影栅相位法具有较大的测量范围，特别适用于较大变形的测量。

2.1.1 系统组成

相移栅线投影测量仪的系统组成如图 2.1 所示，该系统由投影仪、数字摄像机、主机架、标定板、位移台、控制箱、平台、计算机（包括显示屏）等组成，各组成部分的功能如下：

- (1) 投影仪：将相移正弦栅线投影到待测物表面；
- (2) 数字摄像机：采集待测物表面栅线信息；
- (3) 主机架：安装投影仪和数字摄像机，且两者位置皆可调节；
- (4) 标定板：用以标定系统参数；
- (5) 位移台：安装标定板并控制移动标定板；
- (6) 控制箱：控制位移台的移动，可以直接操作控制，也可以通过软件指令控制；
- (7) 隔振平台：稳定可靠的载物台；
- (8) 计算机（包括显示屏）：操作软件作指令操作。

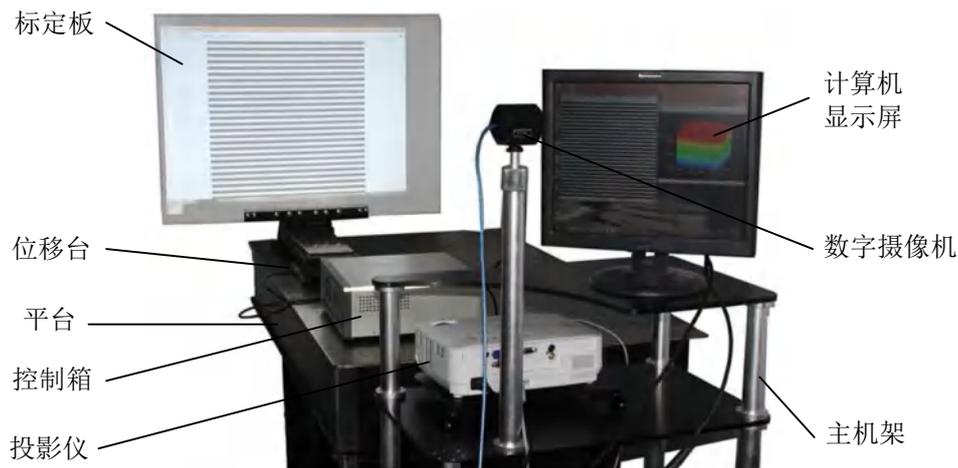


图 2.1 相移栅线投影测量仪

计算机生成相移正弦栅线图，通过投影仪投影到被测物体，数字摄像机采集相移图像并存储于计算机中，从而通过专业计算软件处理图像得到物体三维形貌。整个系统由软件 Fringe 控制，包括正弦栅线图的生成、图像采集、系统标定、形貌重建等。

2.1.2. 技术指标

该相移栅线投影测量仪的主要技术指标如下：

- (1) 数字摄像头分辨率：1280×1024 像素；
- (2) 变焦镜头：可根据实际测量环境选取；
- (3) 测量距离（f25 镜头）：300 mm ~ 1200 mm
- (4) X、Y 方向的最大测量范围：300 mm×300 mm；
- (5) 深度 Z 方向的最大测量范围：100 mm；
- (6) 测量分辨率（相对于所测最大尺寸）：1/1000（X、Y 方向），1/200（Z 方向）；
- (7) 投影仪光源：150 W；

2.2 投影栅相位法原理

2.2.1 相位测量法的数学模型

从无穷远处投影平行光栅，称为远心光栅相位法。当投影系统位于无穷远处，将光栅投影到某一平面上时，在平面上形成均匀分布的光栅条纹，数字摄像机所采集的光栅图像也是均匀分布的；而当光栅投影到高低起伏的三维物体表面时，尽管投射出的光栅仍是均分分布的，但由于物体高度对投影光栅做了调制，在摄像机中得到的光栅图像将产生相位变化，变成非均匀分布的条纹。

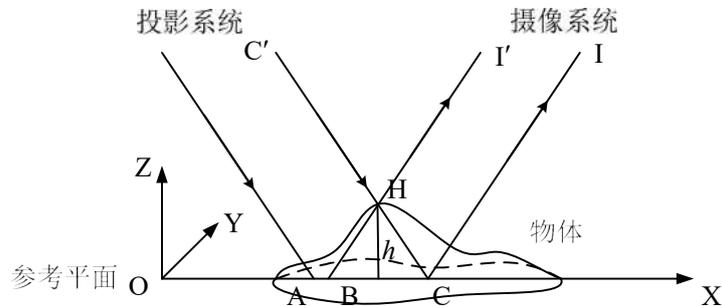


图 2.2 光栅投影相位测量方法的数学模型示意图

图 2.2 为光栅投影相位测量法的数学模型示意图（假设投影系统位于无穷远处时的理想情况），左侧所投射的平行光栅条纹变化率为 f_0 ，且均匀分布。设 A 点为参考光栅的初始参考点，放置物体前，某条光线 C'C 在参考平面上的投影位置为 C，它在图像中的位置为 I；放置物体后，该光线 C'C 和物体表面产生交点 H，通过摄像机观察到 H 点，其位置为 I'，相当于参考平面上的 B 点在图像中的位置。也就是说，物体高度 h 使得 C'C 的相位平移了距离 CB，称该距离为物体在该点的高度引起的“像点位移”。

2.2.2 相位测量法的原理

将光栅分别投影到参考平面和被测物体表面，由于参考平面选取的是平面，投影的参考

光栅不会发生变形，而当光栅投影到被测物体表面时，光栅会随着物体形貌发生不同程度的变形，这是由于投影光栅受被测物体表面高度的调制，这种变形可解释为相位和振幅均被调制的空间载波信号。所放置的被测物体高度不同，光栅的相位变化程度也随之不同，二维平面变形条纹的相位变化中携带由物体表面的三维形貌信息。因此，通过求取相位的变化值，就可以得到物体在相应点处的高度，从而得到物体三维轮廓。

其中涉及三种光栅：

投影光栅：由投影系统中投射出来的光栅条纹；

参考光栅：投影光栅投射到参考平面上所形成的光栅条纹；

变形光栅：投影光栅投影到被测物体表面所形成的光栅条纹。

实际测量中，投影系统不可能位于无穷远处，就是说与图 2.2 所示的理想情况下的投影系统有所不同，实际测量系统的结构布置通常有以下四种形式：

- (1) 投影系统和摄像系统光心的连线与参考平面平行，摄像系统光轴与投影系统光轴平行；
- (2) 投影系统和摄像系统光心的连线与参考平面平行，摄像系统光轴与投影系统光轴相交；
- (3) 投影系统和摄像系统光心的连线与参考平面不平行，摄像系统光轴与投影系统光轴平行；
- (4) 投影系统和摄像系统光心的连线与参考平面不平行，摄像系统光轴与投影系统光轴相交。

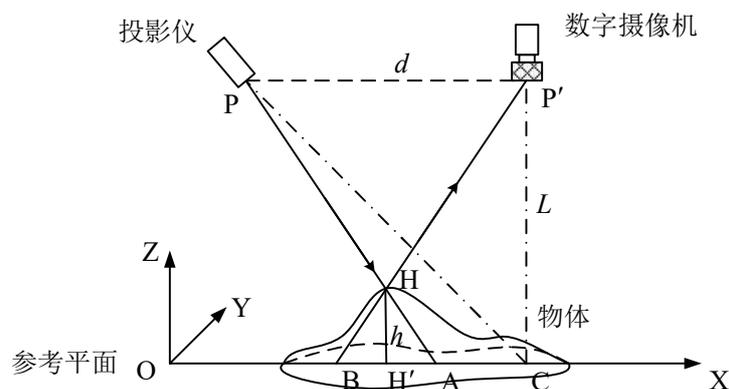


图 2.3 交叉光轴系统示意图

以第二种系统的结构布置为例介绍相位测量法原理，该系统结构称为“交叉光轴系统”，如图 2.3 所示。首先建立坐标系，X 轴为水平方向，Y 轴垂直纸面向内，Z 轴表示高度方向，垂直 X-Y 面向上。P、P' 分别为投影仪和数字摄像机的光心，PC、P'C 分别为投影仪和数字摄像机的光轴，两光轴在同一平面内，且两光轴相交于参考平面上的 C 点。两光心 P、P' 之间的距离为 d ，且两光心的连线 PP' 与参考平面平行。数字摄像机在系统中垂直于参考平

面对投射到参考平面和被测表面的光条纹进行拍摄，且摄像机光心 P' 到参考平面的垂直距离为 L 。将被测物体放置在水平的参考平面上， H 为被测物体表面上任意一点，其距离参考平面的高度为 h ，即线段 HH' 的长度。 A 、 B 两点分别为 H 点与两光心 P 、 P' 的连线和参考平面的交点。

进行测量时，首先将正弦光栅条纹投射到参考平面上，在参考平面上形成参考光栅。数字摄像机垂直拍摄，在摄像机所拍摄到的参考光栅图像的光强 $I_0(x, y)$ 可表示为：

$$I_0(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \phi_0(x, y)] \quad (2.1)$$

$$\phi_0(x, y) = 2\pi f_0 \overline{CA} \quad (2.2)$$

式中， (x, y) 为参考平面图像的像素坐标； $a(x, y)$ 为背景强度； $b(x, y)$ 为光栅条纹幅值； $\phi_0(x, y)$ 为参考平面光栅信号相位； f_0 为参考光栅条纹变化率； \overline{CA} 为线段 CA 的长度，而 $b(x, y)/a(x, y)$ 为条纹对比度。

把被测物体放在参考平面之后，将同样的光栅条纹投射到被测物体的表面，物体表面的高度变化使得投影光栅被调制，从而在被测物体表面形成变形光栅。通过数字摄像机拍摄并记录该变形条纹，而变形条纹的相位变化中携带有物体表面的三维形貌信息。此时，数字摄像机所记录的变形条纹图像的光强 $I(x, y)$ 可表示为：

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)] \quad (2.3)$$

$$\phi(x, y) = 2\pi f_0 \overline{CB} \quad (2.4)$$

式中， $\phi(x, y)$ 为变形光栅信号的相位； \overline{CB} 为线段 CB 的长度。

分别求出相位 $\phi_0(x, y)$ 和 $\phi(x, y)$ ，即得到被测物体形貌相位信息：

$$\Delta\phi(x, y) = \phi(x, y) - \phi_0(x, y) = 2\pi f_0 \overline{AB} \quad (2.5)$$

根据系统的几何关系， $\triangle ABH$ 与 $\triangle PCH$ 相似，在系统参数 d 和 L 的值已知的情况下，由三角形相似的原理可得：

$$\frac{h(x, y)}{L - h(x, y)} = \frac{\overline{AB}}{d} \quad (2.6)$$

式中， $h(x, y)$ 为各个像素点的物体表面高度值； \overline{AB} 为线段 AB 的长度。从而由等式(2.5)和(2.6)可以得到物体表面的高度值：

$$h(x, y) = \frac{L \cdot \Delta\phi(x, y)}{2\pi d f_0 + \Delta\phi(x, y)} \quad (2.7)$$

等式(2.7)给出了物体表面的相位变化 $\Delta\phi(x, y)$ 和物体高度分布 $h(x, y)$ 之间的关系，这就是投影栅相位法的核心。

2.2.3 四步相移法求解相位

相移法(Phase-shifting Method)是利用多幅投影光栅图像（每两幅光栅之间有确定的相位

差)来解调相位的,先获得包裹相位,再通过解包裹得到连续相位分布。假设投影光栅为正弦光栅,分 N 次进行投影,则相邻两幅光栅的相位差为 $2\pi/N$,以 I_n 表示第 n ($n=1,2,3,\dots,N$) 幅图像上某点的强度:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos\left[\phi(x, y) + \frac{2\pi(n-1)}{N}\right] \quad (2.8)$$

式中, $a(x, y)$ 为背景强度, $b(x, y)$ 为光栅条纹幅值, $\phi(x, y)$ 是受被测物体表面高度调制的光栅条纹的相位。从等式(2.8)可以看出,有三个待求解未知量(背景强度、调制强度和相位),需要至少三个方程来联立求解, $N=4$ 时为四步相移法(Four-step Phase-shifting Method),即将四幅投影光栅分别投影到参考表面和被测物体表面,且相邻光栅的相位差为 $\pi/2$:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\phi(x, y) + (i-1)\pi/2], \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (2.9)$$

对应的包裹相位求解公式为:

$$\phi(x, y) = \arctan\left(\frac{I_2 - I_4}{I_1 - I_3}\right) \quad (2.8)$$

由于采用投影仪来投影正弦光栅,所以可以很容易生成四步相移光栅并投影。

2.3 案例

案例 I: 人脸模型形貌测量

1. 实验目的

测量人脸模型的形貌

2. 实验原理

平行光栅投影到参考平面时,将得到平行光栅图像,而当待测物体放在该参考平面时,所得平行光栅受到物体轮廓的调制而变形,得到调制光栅图像,通过求解平行光栅到变形光栅的相位变化即可得到待测物体的形貌信息。

3. 实验材料及仪器

A. 实验材料: 人脸模型

B. 实验仪器: 相移栅线投影测量仪(含操作及计算软件 Fringe)

4. 实验方法与步骤

A. 连接组装测量系统,调试测量系统到待实验状态;

B. 系统标定:

(a) 使用 Fringe 软件生成正弦平行光栅;

(b) 标定 Z 方向参数: 通过投影仪投影到参考平面上,数字相机采集光栅图像,控制位移台工作,采集五组相移光栅及基线图像,如图 2.4 所示为第一组标定图像,计算五组图像的相位,标定参数;

(c) 标定 X、Y 方向参数: 固定参考平面,测量相机中心与标定板间的距离;在参考平面

上放置黑白棋盘格图纸，小方块边长为 25 mm，拍摄该棋盘格，如图 2.4 所示，计算物面到像面的放缩率；标定参数：

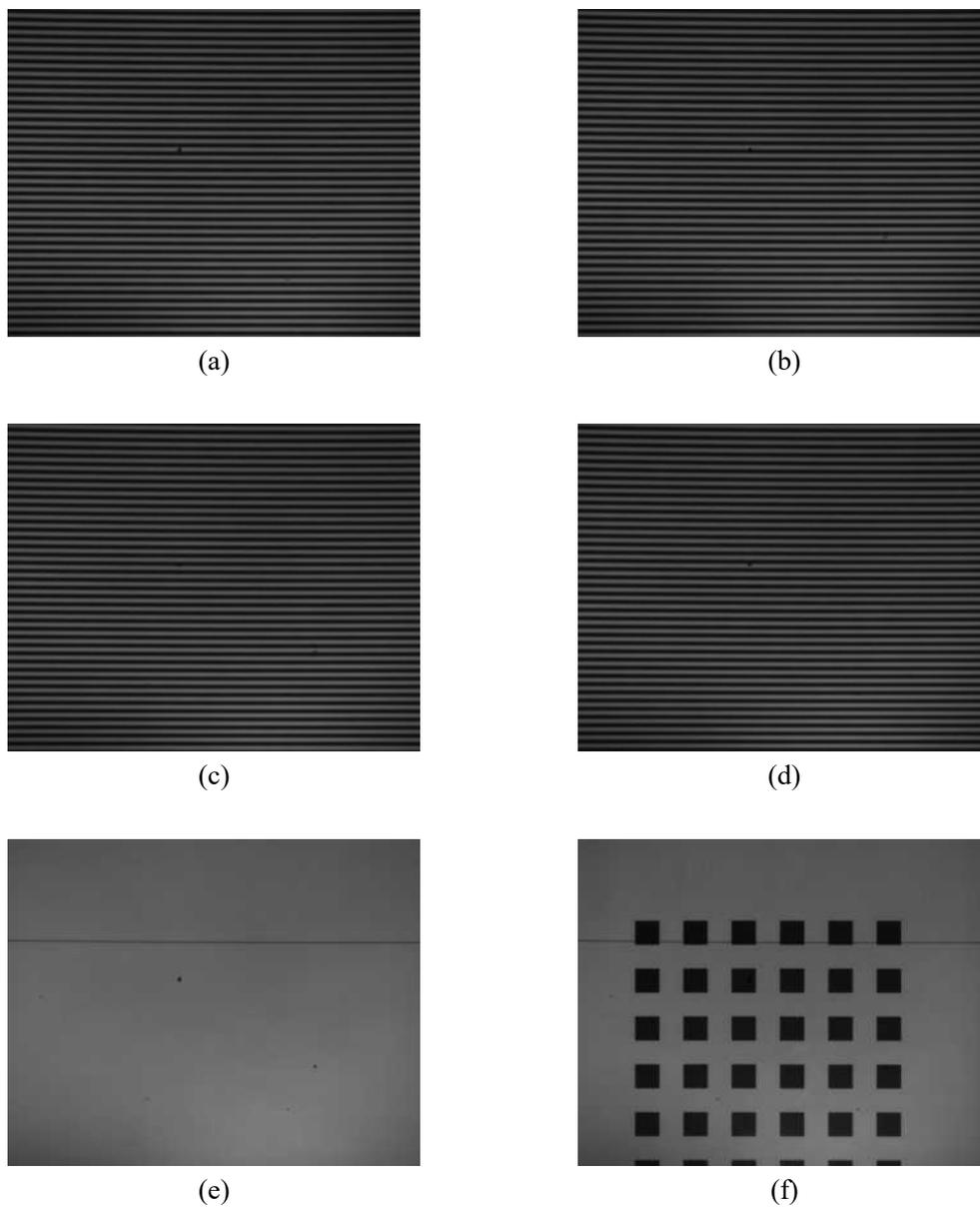


图 2.4 参数标定图：(a)-(e) 第一组 Z 方向参数标定图；(f) X、Y 方向参数标定图

C. 实验测量

将人脸模型紧贴参考平面放置，投影相移正弦光栅，记录投影光栅图像，如图 2.5 所示。

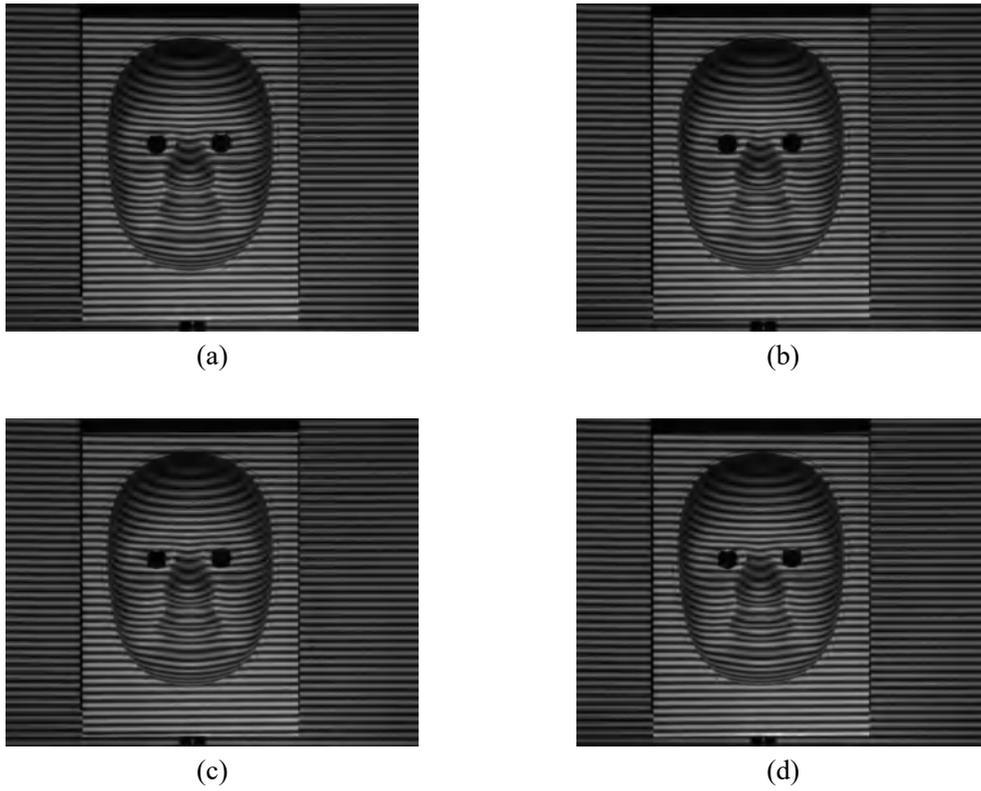


图 2.5 人脸模型四步相移投影栅线图(步幅为 $\pi/2$)

5. 实验结果

基于系统标定得到的标定值，处理并计算所采集的光栅图像，得到形貌信息，如图 2.6 所示。

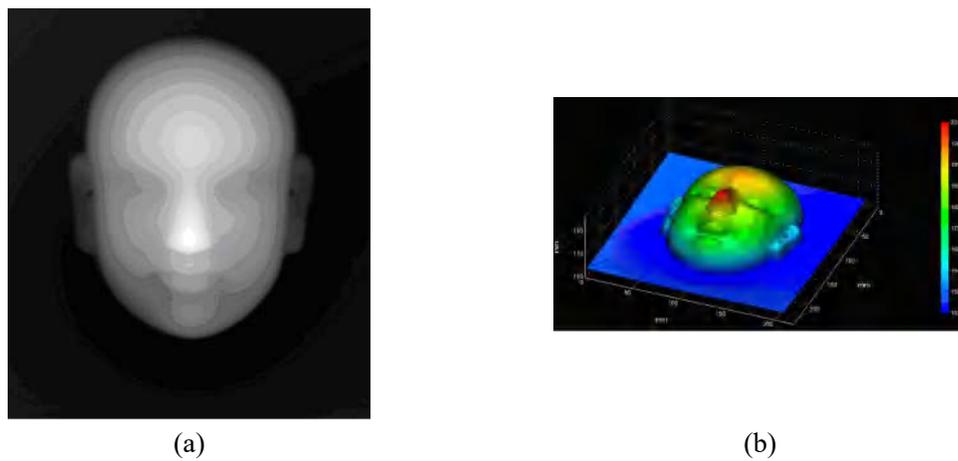


图 2.6 人脸模型形貌测量结果图：(a) 轮廓高度灰度图；(b) 轮廓高度三维彩图

第三章 多尺度测量系统

3.1 多尺度二维数字散斑相关测量系统

数字图像相关技术作为一种非接触式的变形测量技术,主要用于材料或结构在载荷作用下的表面变形测量。该技术具有全场测量、非接触、光路相对简单、测试视场方便调节、对测量环境无特别要求等优点,通过在相机前安装不同放大倍数的镜头,数字图像相关方法可以实现从宏观到细观尺度的变形测量。

为了实现数字图像相关方法的多尺度变形测量,利用 1 台三轴电动平移台、4 台高分辨率 CMOS 相机、4 个不同放大倍数的镜头 (X0.16, X0.5, X2, X6) 组成了多尺度二维数字图像相关测量系统。基于同心圆标定物下的系统标定以及软件对 3 个高精度位移平台的精确控制,此系统可用于测量平面样品的表面变形及应变分布,还可以实现对感兴趣微区的自动追踪观测,在新材料研制、微纳力学、界面力学、破坏力学以及断裂力学等领域都有广泛的应用。

3.1.1 系统组成

系统配置包括:

- (1) 图像采集系统: 电动平移台、高分辨率相机、镜头;
- (2) 照明系统: LED 光源;
- (3) 加载系统: 标准试件、加载装置、载荷显示仪表、电机控制箱;
- (4) 控制系统: 计算机。

各个组成部分如图 3.1 和 3.2 所示。

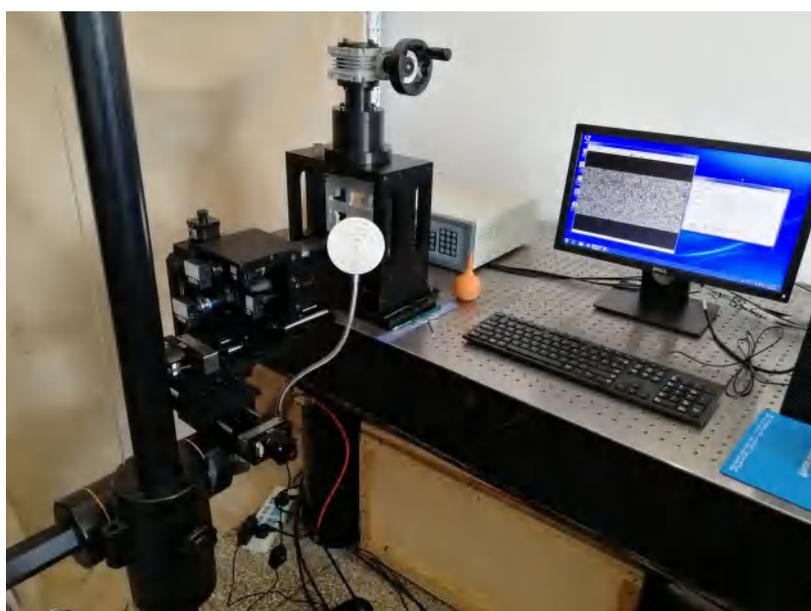


图 3.1 系统整体外观图



(a) 图像采集系统



(b) 加载装置



(c) 标准试件



(d) 载荷显示仪表



(e) 电机控制箱

图 3.2 系统主要组成部分图

3.1.2 技术指标

- (1) 光源：LED 光源，光源亮度可调节；
- (2) 镜头： 0.16 倍远心镜头，焦距 177 mm，视场 40 mm×30 mm ；
0.5 倍远心镜头，焦距 120 mm，视场 14.4 mm×10.8 mm ；

2 倍远心镜头，焦距 75 mm，视场 4.4 mm×3.3 mm；

6 倍远心镜头，焦距 65 mm，视场 1.5 mm×1.1 mm；

(3) 相机：1280×1024 USB2.0 数字摄像头 1 套；

2560×1920 USB2.0 数字摄像头 1 套；

3840×2748 USB2.0 数字摄像机 2 套；

(4) 软件：移动平台控制软件 SC300、UU 软件（图像采集和计算）；

(5) 演示试件：四点弯曲试件；

(6) 加载架最大载荷：150kg。

3.2 多尺度二维数字散斑相关测量系统原理

3.2.1 数字图像相关测量面内变形

一般来说，数字图像相关方法将被测物体表面随机分布的灰度作为物体表面的变形信息载体，数字相机常被用于记录被测物体表面变形前后的灰度图像。图 3.3 所示，利用相机记录变形前的参考图和变形后的一系列目标图像，通过计算变形前、后子区的对应关系便可以获得全场的位移信息。为了描述变形前、后子区的相似程度，需预先定义相关函数，采用零均值归一化的最小平方距离(zero-normalized sum of squared difference, 简称 ZNSSD)相关函数，其公式如下：

$$C_{\text{ZNSSD}} = \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left[\frac{f(x,y) - f_m}{\Delta f} - \frac{g(x',y') - g_m}{\Delta g} \right]^2 \quad (3.1)$$

$$f_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M f(x_i, y_j) \quad (3.2a)$$

$$g_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M g(x'_i, y'_j) \quad (3.2b)$$

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j) - f_m]^2} \quad (3.3a)$$

$$\Delta g = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [g(x'_i, y'_j) - g_m]^2} \quad (3.3b)$$

式中， $f(x,y)$ 为参考图中点 (x,y) 的灰度值； $g(x',y')$ 为变形图中点 (x',y') 的灰度值； M 为子区的半宽。

一般采用一阶形函数将参考图像子区映射到变形图像子区，及参考图像子区和变形图像子区的任意一点 (x,y) 和 $g(x',y')$ 之间的关系为：

$$\begin{cases} x' = x + u + u_x(x - x_c) + u_y(y - y_c) \\ y' = y + v + v_x(x - x_c) + v_y(y - y_c) \end{cases} \quad (3.4)$$

式中 u, v 为图像子区中心在 x, y 方向的位移; u_x, u_y 及 v_x, v_y 分别为图像子区位移 u, v 在 x, y 方向的位移梯度; (x_c, y_c) 为图像子区中心的像素坐标。采用正向牛顿-拉弗森迭代或者反向高斯-牛顿迭代方法计算相关函数的极小值, 即可求出图像子区中心点的位移 u, v 。

3.2.2 多尺度二维数字图像相关测量装置

通常的二维数字图像相关测量装置由单个相机和镜头组成, 单个相机和镜头也就意味着单一的测量尺度, 而如图 3.1 所示的测量装置可以实现全场多尺度变形的测量, 利用 1 台三轴电动平移台、4 台高分辨率 CMOS 相机、4 个不同放大倍数的镜头 (X0.16, X0.5, X2, X6) 组成了多尺度二维数字图像相关测量系统。基于同心圆标定物下的系统标定以及软件对 3 个高精度位移平台的精确控制, 此系统可用于测量平面样品的表面应变分布, 还可以实现对感兴趣微区的自动追踪观测。

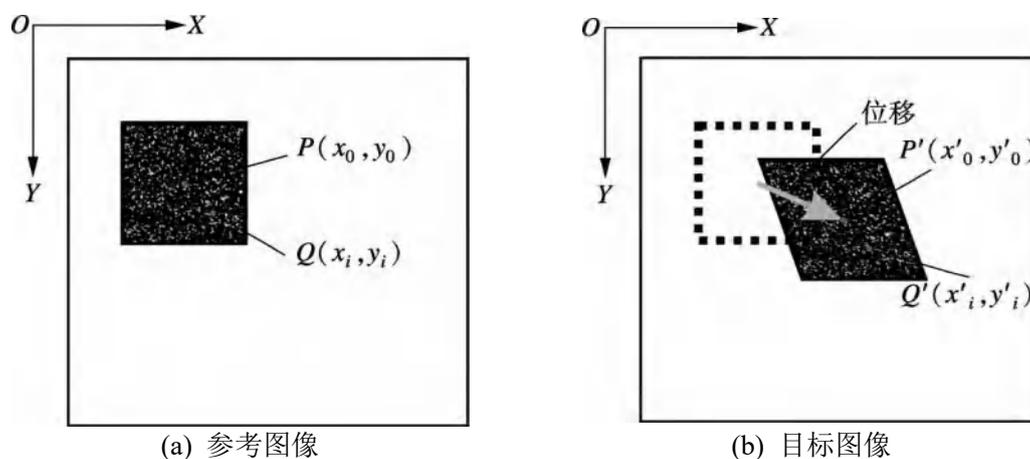


图 3.3 数字图像相关原理示意图

3.2.3 系统标定

对系统进行标定是为了实现观测区域测量尺度的任意切换及感兴趣微区的追踪, 标定板如图 3.4 所示, 标定板上有两同心黑色圆环组成, 其中心为十字丝。

标定过程如下:

- (1) 将标定板置于测量系统前;
- (2) 使用软件控制平台移动, 将十字丝分别成像于 4 台相机的中心位置, 记录平台三轴位置并拍摄采集图像;
- (3) 利用不同大小的圆的实际直径到像面直径, 标定像素与毫米的比例系数。

假设 4 台相机清晰成像时平移台的位置为 (X_i, Y_i, Z_i) , (i 的取值 1, 2, 3, 4 分别对应 4 个测量尺度), 4 台相机的图像像素与毫米的比例系数 α_i 。那么, 以 X0.16 镜头到 X2 镜头的切换为例, 将 0.16 倍放大倍数图像上的点 (x, y) 切换为 2 倍放大倍数显示时, 三维平移台的移动距离分别为

$$\begin{cases} d_x = X_3 - X_1 + (x - 3840/2)\alpha_1 \\ d_y = Y_3 - Y_1 + (y - 2748/2)\alpha_1 \\ d_z = Z_3 - Z_1 \end{cases} \quad (3.5)$$

通过 UU 软件，可以实现测量尺度的任意切换。



图 3.4 标定板图

3.2.4 自动追踪

对于测量细观和微观尺度下的变形，感兴趣区域往往会随着加载过程而移动到测量视场以外，为了测量感兴趣区域的变形，必须进行自动追踪。根据已经标定的像素与毫米间的比例系数，通过数字图像相关对图像中心点的实时测量及平台实时控制，即可自动追踪感兴趣区域。自动追踪过程相当于对测量系统施加刚体运动，对于应变及裂纹张开位移等相对量的测量没有影响。

3.3 案例

案例 I：测量四点弯曲梁标准试件的位移场和应变场

1. 实验目的

测量四点弯曲梁标注年时间在多尺度下的位移场和应变场。

2. 实验原理

数字图像相关法：以被测物体表面随机分布的灰度为物体表面变形的信息载体，用数码相机记录被测物体表面变形前后的灰度图像，通过计算变形前、后子区的对应关系来获得全场的位移信息。

3. 实验材料及仪器

- A. 实验材料：四点弯曲梁标准试件
- B. 实验仪器：多尺度二维数字散斑相关测量系统（含操作及计算软件）

4. 实验方法与步骤

- A. 连接组装测量系统，调试测量系统到待实验状态；

B. 系统标定:

- (a) 将标定板置于测量系统前;
- (b) 使用电控软件 SC300 控制平台移动, 将十字丝分别成像于 4 台相机的中心位置, 记录平台三轴位置并拍摄采集图像, 各个尺度下的标定板图像如图 3.5 所示;
- (c) 标定各个尺度下的像素与毫米的比例系数。

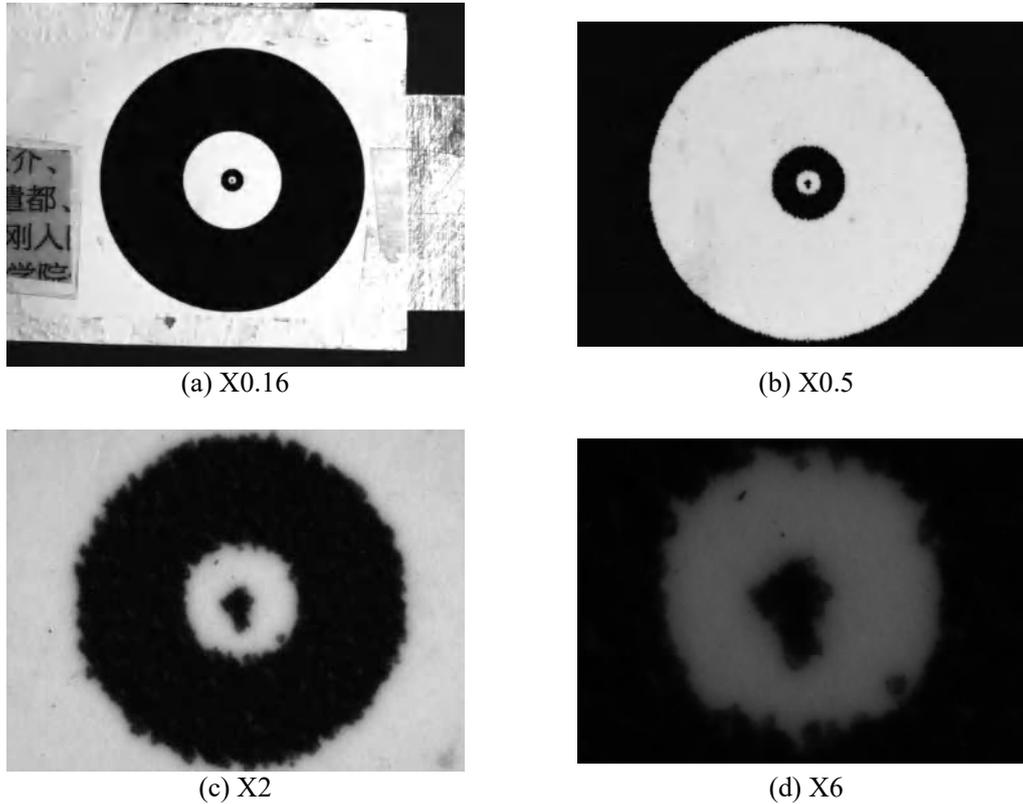
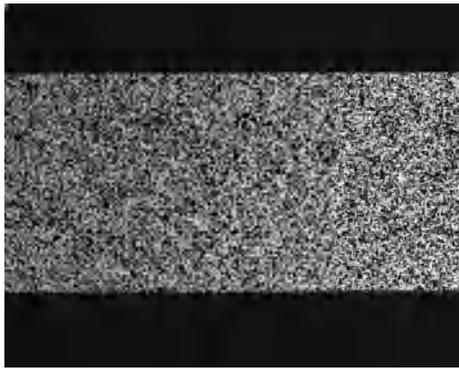


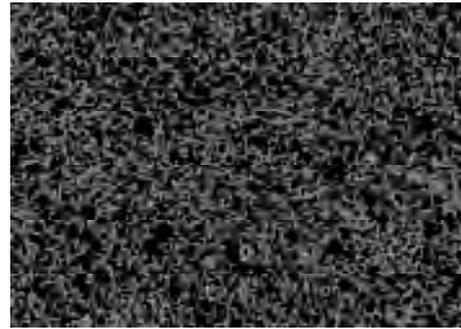
图 3.5 不同尺度下的标定板图

C. 实验测量

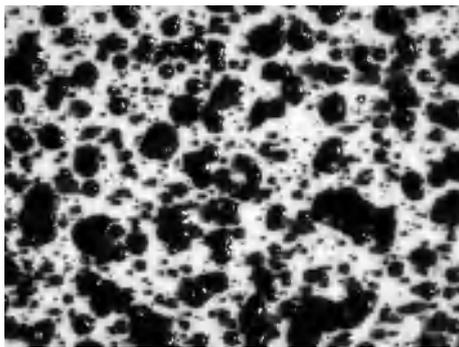
通过旋转加载装置上的首轮对试件加载, 顺时针为下压加载, 逆时针为上移减载, 加载过程中, 显示仪将实时显示当前载荷大小 (单位 kg)。使用 UU 软件控制并采集不同尺度下的散斑图像, 试件加载变形前的散斑图如图 3.6 所示, 而变形后的散斑图如图 3.7 所示。



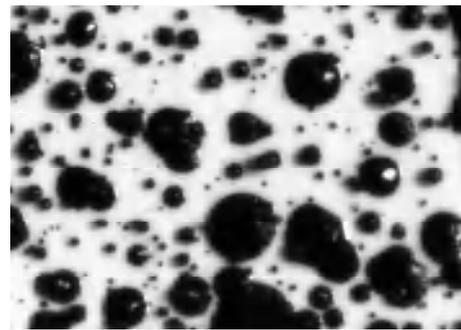
(a) X0.16



(b) X0.5

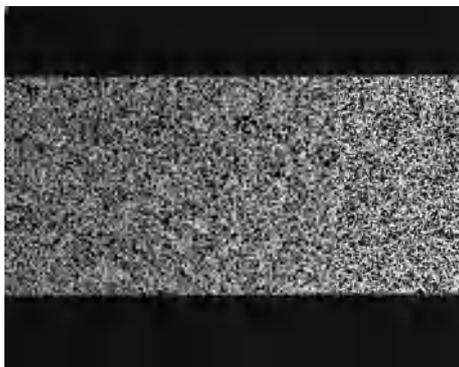


(c) X2

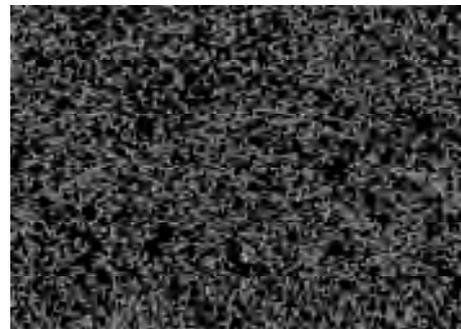


(d) X6

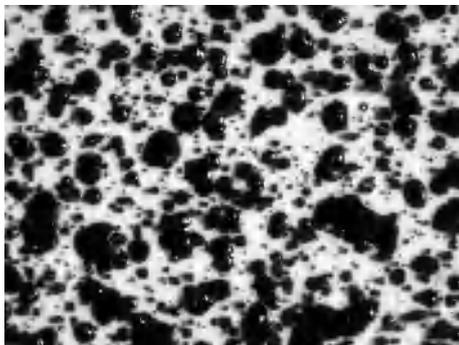
图 3.6 不同尺度下试件变形前的数字散斑图



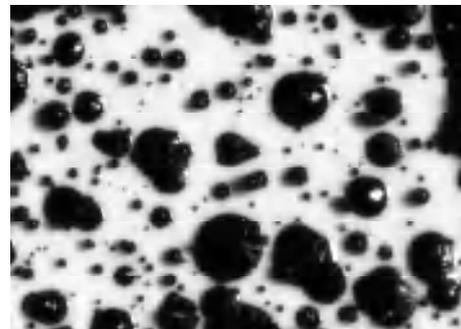
(a) X0.16



(b) X0.5



(c) X2



(d) X6

图 3.7 不同尺度下试件变形后的数字散斑图

5. 实验结果

使用 UU 软件处理并计算所采集到的数字散斑图，得到不同尺度下的结果：X 方向的位移场和应变场、Y 方向的位移场和应变场、剪应变场，如图 3.8、3.9、3.10、3.11 和 3.12 所示。

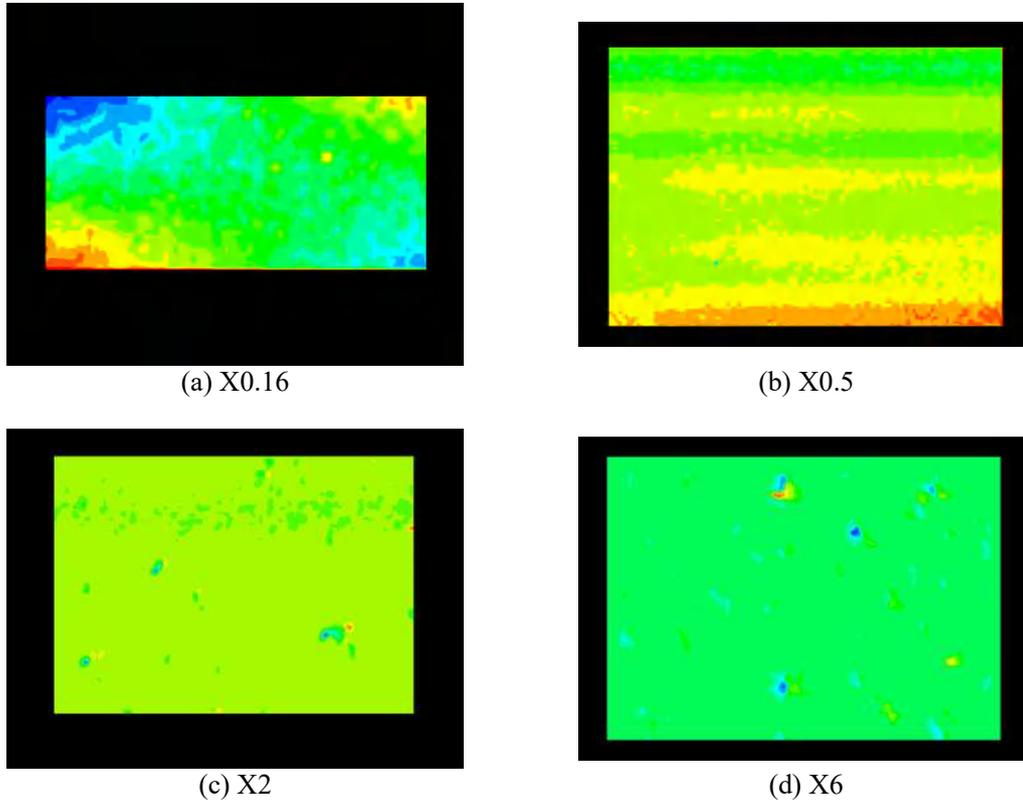
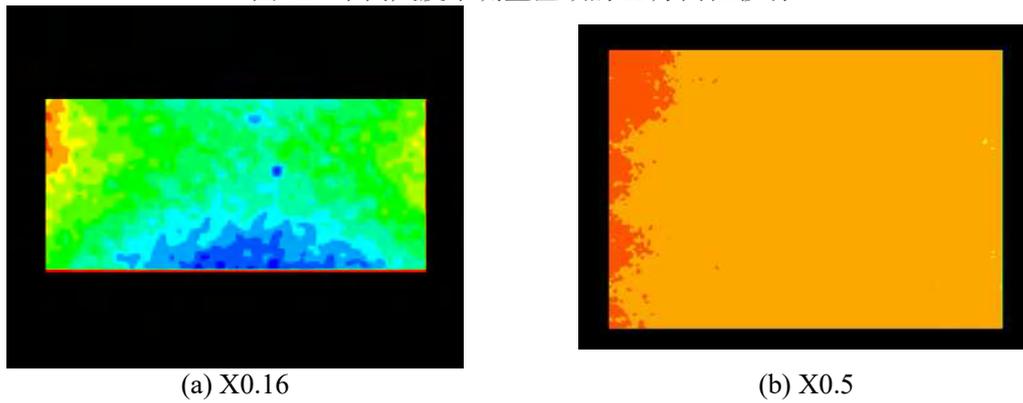
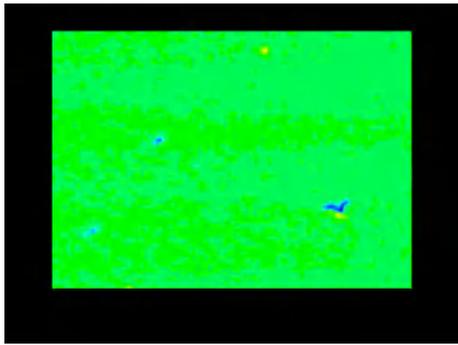
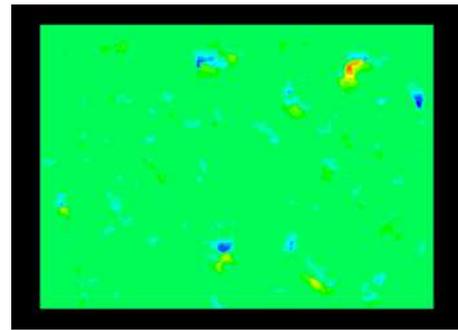


图 3.8 不同尺度下测量区域的 X 方向位移场



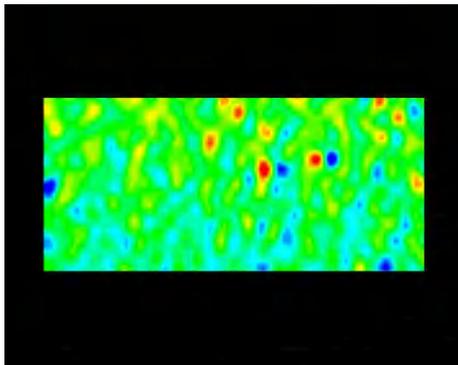


(c) X2

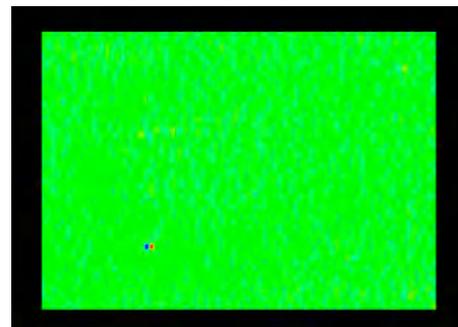


(d) X6

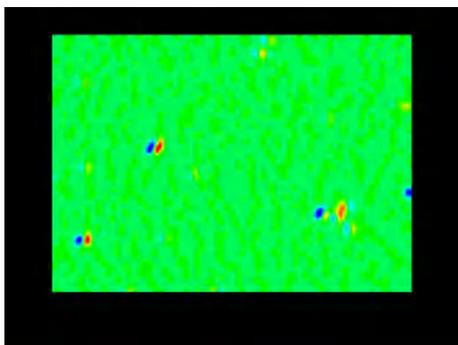
图 3.9 不同尺度下测量区域的 Y 方向位移场



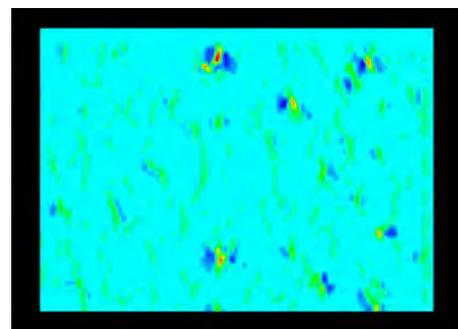
(a) X0.16



(b) X0.5

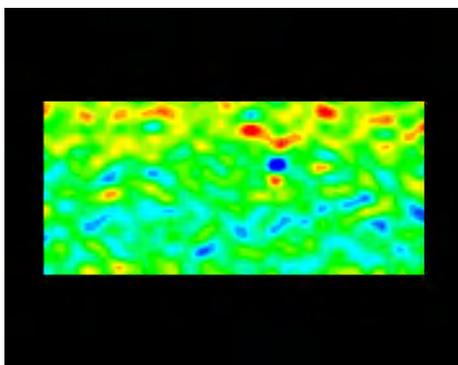


(c) X2

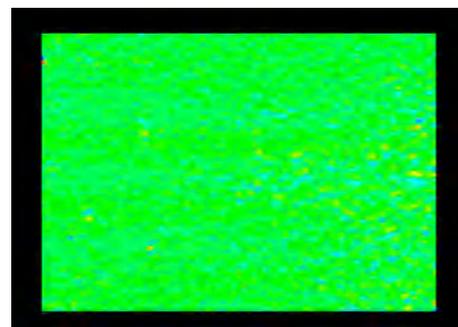


(d) X6

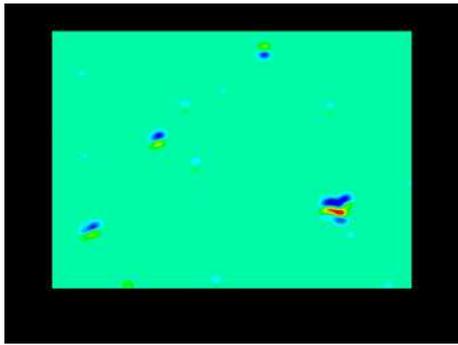
图 3.10 不同尺度下测量区域的 X 方向应变场



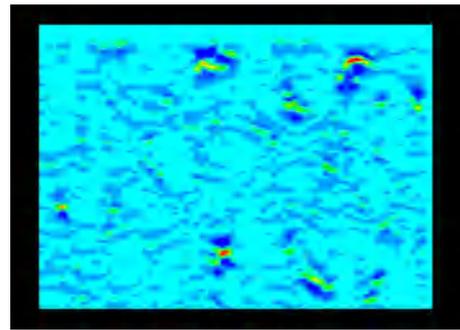
(a) X0.16



(b) X0.5

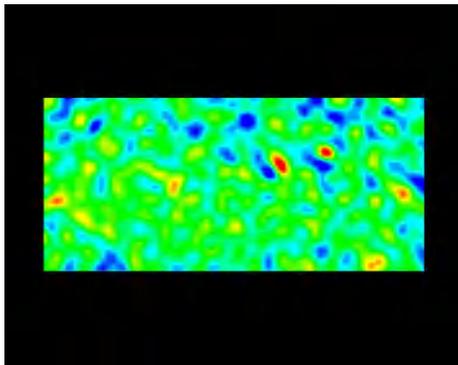


(c) X2

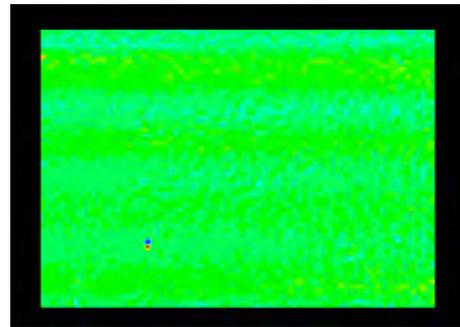


(d) X6

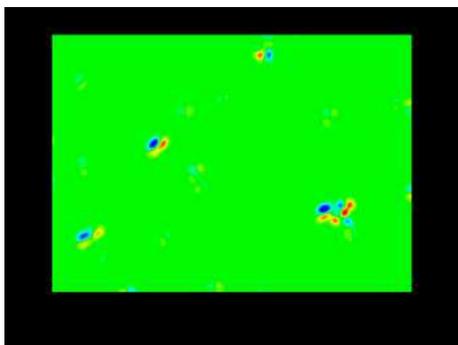
图 3.11 不同尺度下测量区域的 Y 方向应变场



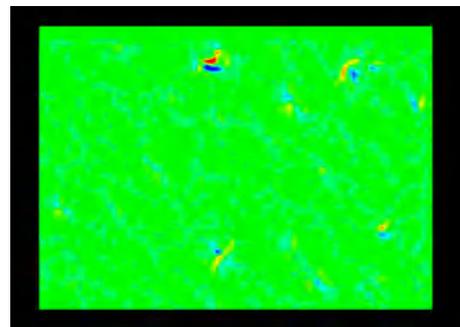
(a) X0.16



(b) X0.5



(c) X2



(d) X6

图 3.12 不同尺度下测量区域的剪应变场